



Zagadnienie wstępne:

- *zjawisko interferencja światła;*
- *warunki konieczne zajścia interferencji;*
- *koherencja przestrzenna i czasowa;*
- *konfiguracja interferometru Michelsona i jego cechy charakterystyczne;*
- *interferencja światła w interferometrze Michelsona.*

Cel ćwiczenia:

- *zapoznanie się z konfiguracją interferometru Michelsona;*
- *samodzielne wyjustowanie i konstrukcja interferometru Michelsona;*
- *zapoznanie się z warunkami interferencji zachodzącej w interferometrze Michelsona;*
- *pomiar długości fali wybranych źródeł światła za pomocą interferometru Michelsona;*
- *zapoznanie się z wykorzystaniem interferometru Michelsona w pomiarach spektrofotometrycznych;*
- *pomiar współczynnika załamania w interferometrze Michelsona.*

UWAGA: W trakcie konfiguracji układów pomiarowych Studenci są zobowiązani do zachowania szczególnej ostrożności podczas bezpośredniego kontaktu ze wszystkimi elementami optycznymi w celu ich zabezpieczenia przed uszkodzeniem (m.in. należy sprawdzić stabilność zamocowania elementów). Nie należy dotykać powierzchni elementów optycznych powodując ich zabrudzenie.

W razie niespełnienia tych wymagań Student może zostać usunięty z laboratorium, a ćwiczenie laboratoryjne będzie musiało być odrobione.

Studenci są odpowiedzialni materialnie za uszkodzenie lub zniszczenie elementów optycznych z własnej winy.

Studenci są zobowiązani sprawdzić (przed i po wykonaniu ćwiczenia), czy liczba powierzonych elementów jest taka sama.

1 WPROWADZENIE

1.1 Interferencja fal

Zjawisko interferencji fal świetlnych polega na nakładaniu się dwóch (lub więcej) fal, w wyniku którego fale mogą się w pewnych punktach płaszczyzny nakładania się ich frontów falowych wzmacniać, a w innych wygaszać, co jest równoznaczne ze zmianą wypadkowej amplitudy lub natężenia rozkładu przestrzennego obu fal. Warunkiem powstania stabilnego obrazu interferencyjnego jest spójność (koherencja) fal prowadząca do stałej różnicy faz pomiędzy interferującymi falami, ich jednakowa częstotliwość, a tym samym monochromatyczność oraz ustalony stan polaryzacji.

Rozważmy bardziej dokładnie pewien szczególny przypadek, gdy wygenerowane przez nieskończenie daleko odległe, punktowe źródło światła dwie płaskie fale świetlne są monochromatyczne i są scharakteryzowane przez tą samą częstość kołową, co oznacza, że $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, a $\omega_2 - \omega_1 = 0$. Dodatkowo założmy, że kierunki drgań wektorów natężenia pola elektrycznego obu fal są jednakowe. Zależność opisująca rozkład przestrzenny natężenia światła powstały w wyniku nakładania się fal o zerowej wartości fazy początkowej przyjmuje następującą postać:

$$I(\vec{r}, t) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + 2\sqrt{I_1(\vec{r})I_2(\vec{r})}\cos[\varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r})]$$

gdzie

$$\varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}) = k(ns_1 - ns_2) = \frac{2\pi}{\lambda} n(s_1 - s_2)$$

W powyższym równaniu, k – to wektor falowy, a $\varphi_{i=1,2}$ oznaczają rozkład fazy każdej z fal świetlnych. W rozważanym przypadku człon interferencyjny opisujący generację prążków interferencyjnych jest zależny jedynie od stałej w czasie różnicy faz pomiędzy obiema falami. Jak wiadomo, różnica ta zależy od długości fali oraz różnicy dróg optycznych przebytych przez obie fale wygenerowane przez to samo punktowe źródło światła, a tym samym od dróg geometrycznych s_1, s_2 przebytych przez obie wiązki w danym ośrodku, jak również od jego współczynnika załamania światła n . Rozkład przestrzenny prążków interferencyjnych zdeteminowany jest również przez proces propagacji tych fal w danym ośrodku.

Z reguły obraz interferencyjny ma postać specyficznego rozkładu ciemnych i jasnych prążków interferencyjnych o periodycznym charakterze. Tym samym rejestrowane zarówno jasne, jak i ciemne prążki interferencyjne należy traktować jako powierzchnie stałego natężenia światła $I = \text{const.}$ dla określonej różnicy faz pomiędzy nakładającymi się falami. Dodatkowo warunek takiej samej monochromatyczności oraz jednakowego stanu polaryzacji obu interferujących płaskich fal świetlnych, eliminuje zależność zarówno rozkładu przestrzennego natężenia obu fal, jak również członu interferencyjnego od czasu, zatem w tym przypadku obserwuje się stabilny czasowo rozkład prążków interferencyjnych i uśrednianie czasowe jest zbędne.

W ogólnym przypadku, gdy natężenia obu wiązek nie są jednakowe, wówczas w zależności od wartości różnicy faz interferujących fal świetlnych, jak to już było wspomniane powyżej, wyróżniamy dwa podstawowe rodzaje interferencji:

- **konstruktywną** dla $\varphi(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}) = m2\pi$ dla $m=0, 1, 2, 3, \dots$, wówczas obserwujemy jasne prążki interferencyjne (maksima interferencyjne):

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + 2\sqrt{I_1(\vec{r})I_2(\vec{r})}$$

- **destruktywną** dla $\varphi(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}) = (2m + 1)\pi$, wówczas obserwujemy ciemne prążki interferencyjne (minima interferencyjne):

$$I(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) - 2\sqrt{I_1(\vec{r})I_2(\vec{r})}$$

W sytuacji, gdy natężenia obu wiązek są jednakowe $I_1(\vec{r}) = I_2(\vec{r}) = I_0$, otrzymujemy:

$$I(\vec{r}) = 2I_0[1 + \cos[\varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r})]]$$

Tym samym, w przypadku interferencji konstruktywnej otrzymujemy:

$$I(\vec{r}) = I_{\max}(\vec{r}) = 4I_0$$

Z kolei, w przypadku interferencji destruktywnej:

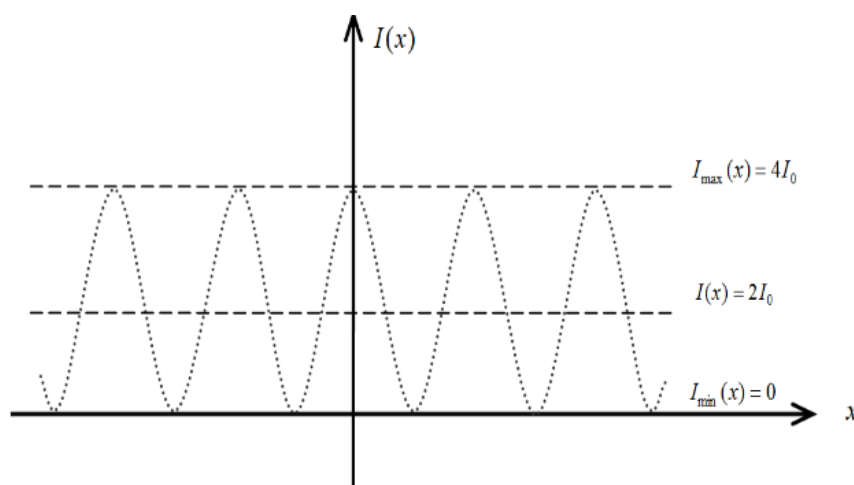
$$I(\vec{r}) = I_{\min}(\vec{r}) = 0$$

Dla innych wartości różnicy faz natężenie przyjmuje wartości pośrednie z zakresu od 0 do $4I_0$. Jednowymiarowy przypadek rozkładu przestrzennego natężenia interferujących fal świetlnych został przedstawiony na Rys.1.

Korzystając z zależności trygonometrycznej $1 + \cos x = 2\cos^2(x/2)$ otrzymujemy:

$$I(\vec{r}) = 4I_0 \cos^2\left[\frac{\varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r})}{2}\right]$$

Tym samym, w przypadku rozważanych fal świetlnych generowanych przez to samo punktowe źródło światła, uzyskujemy stabilny czasowo obraz interferencyjny - rozkład prążków interferencyjnych zależy od różnicy faz lub też dróg optycznych przebytych przez te fale w danym ośrodku, a o obu tworzących go falach mówimy, iż są one koherentne (spójne).



Rys.1 Jednowymiarowy rozkład przestrzenny widma interferencyjnego dwóch wiązek o takim samym natężeniu

W celu charakteryzacji widoczności prążków interferencyjnych wprowadza się pojęcie kontrastu prążków opisującego widzialność prążków interferencyjnych, który wyrażony jest w następujący sposób:

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Wielkość ta w sposób oczywisty zależy od ekstremalnych wartości natężenia $I_{\max}$ oraz $I_{\min}$. Im większa jest różnica pomiędzy wartościami natężeń, tym większa jest widzialność prążków i ich kontrast. Wielkość ta w sposób oczywisty zależy również od amplitud obu interferujących fal świetlnych. Tym samym ich wartości w bezpośredni sposób warunkują widzialność (kontrast) obserwowanego obrazu interferencyjnego.

Warto zapamiętać:

W wyniku superpozycji dwóch fal świetlnych, obserwowany rozkład przestrzenny natężenia jest równy sumie natężeń obu fal. Jest on dodatkowo modulowany przestrzennie przez człon interferencyjny z amplitudą modulacji równą $2\sqrt{I_1 I_2}$, jednakże jego obecność, a tym samym możliwość zajścia interferencji jest uwarunkowana przez różnicę faz pomiędzy nakładającymi się falami świetlnymi, kierunek drgań wektorów natężenia pola elektrycznego obu fal, czyli ich stan polaryzacji, jak również przez ich częstotliwości kołowe, a tym samym długości fali.

Koherencja (spójność) fal świetlnych oznacza zdolność obu nakładających się fal do interferencji. Fale te muszą być monochromatyczne, mieć stałą w czasie różnicę faz oraz taką samą płaszczyznę polaryzacji

W przypadku fal koherentnych obraz interferencyjny zależy od różnicy faz pomiędzy nakładającymi się falami świetlnymi oraz ich natężenia.

Dla fal koherentnych w zależności od różnicy faz możemy obserwować interferencję konstruktywną, destruktywną lub też przypadki pośrednie.

*Gdy różnica faz pomiędzy dwiema nakładającymi się falami jest całkowitą wielokrotnością $2\pi m$ wówczas mamy do czynienia z występowaniem maksimów interferencyjnych, czyli **zachodzi interferencja konstruktywna**.*

*Gdy różnica faz pomiędzy dwiema nakładającymi się falami jest nieparzystą wielokrotnością π , wówczas mamy do czynienia z występowaniem minimów interferencyjnych, czyli **zachodzi interferencja destruktywna**.*

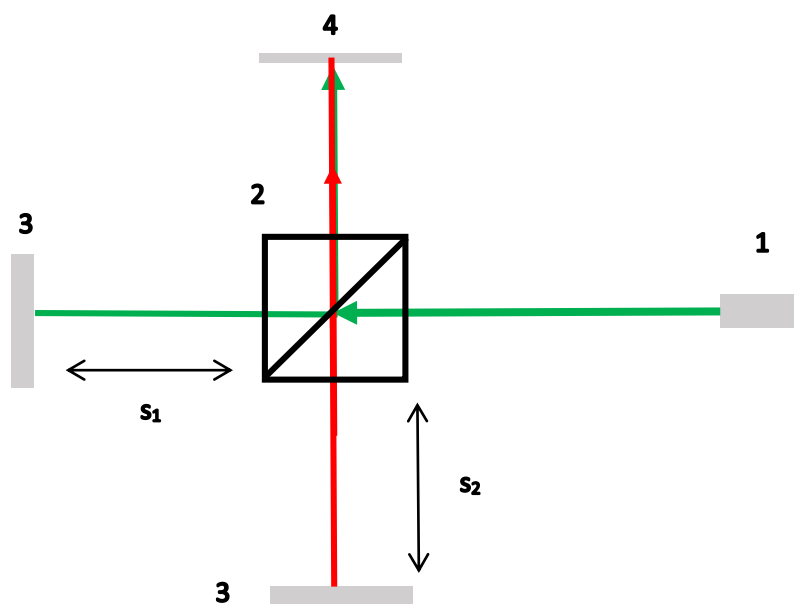
Fale niekoherentne nie tworzą obrazy interferencyjnych, rozkład natężenia wypadkowego jest równy sumie natężeń obu fal.

1.2 Interferometr Michelsona

Interferometr Michelsona należy do jednych z podstawowych konfiguracji interferometrów, który znalazł szerokie zastosowanie m.in. w astronomii, metrologii jak również w diagnostyce medycznej. Technika koherentnej tomografii optycznej (*Optical Coherent Tomography- OCT*), wykorzystująca zjawisko interferencji w interferometrze Michelsona, jest powszechnie stosowaną techniką diagnostyczną stosowaną m.in. do określania budowy strukturalnej przezroczystych i słabo przezroczystych obiektów biologicznych min. w okulistyce lub też angiologii.

Zasada działania interferometru Michelsona przedstawiona jest na Rys. 2. Wiązka światła wyemitowana przez źródło ulega podziałowi na dzielniku wiązki, a następnie odbiciu na zwierciadłach, po czym obie wiązki nakładają się na dzielniku wiązki. Zakładając, że stosunek

współczynnika transmisji i odbicia dzielnika wynosi 50:50, wówczas w kierunku źródła wraca fala będąca sumą fal odbitych od zwierciadeł z amplitudami zmniejszonymi o połowę.



Rys. 2 Schematyczne przedstawienie działania interferometru Michelsona. Wiązka wyemitowana przez źródło światła koherentnego (1) pada na dzielnik wiązki (2) i jest dzielona na dwie wiązki odbitą i transmitowaną, które następnie ulegają odbiciu na zwierciadłach (3). Obraz interferencyjny powstaje na ekranie.

Różnica faz pomiędzy falami świetlnymi rozchodzącymi się w obu ramionach interferometru, przy założeniu zerowej fazy początkowej i koherencji wiązki laserowej, będzie zależeć od drogi optycznej jaką obie fale pokonają w obu ramionach. Przy założeniu, że ośrodek wewnątrz interferometru ma stały współczynnik załamania, wówczas rozkład natężenia na ekranie zależny od różnicy faz, będzie w bezpośredni sposób zależny również od różnicy dróg Δs geometrycznych, jakie pokonają te fale, a zatem od długości s_1 , s_2 ramion interferometru.

Jeżeli dla uproszczenia założymy, że źródło światła emituje falę płaską rozchodzącą się wzdłuż osi optycznej, wówczas możemy ją wyrazić w następujący sposób:

$$\vec{E}_t = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)$$

gdzie ω - oznacza częstotliwość kołową, a k - liczbę falową.

Z kolei, jeżeli w celu scharakteryzowania zdolności transmisyjnej i odbiciowej dzielnika wiązki wykorzystamy energetyczne współczynniki transmisji T i odbicia R , wówczas amplitudę fali w jednym z ramion interferometru możemy wyrazić w następujący sposób:

$$|\vec{E}_1| = \sqrt{TR} E_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

gdzie φ_1 oznacza fazę fali świetlnej związaną z pokonaniem odpowiedniej drogi optycznej ns_1 . Z kolei, występujący w powyższym wyrażeniu czynnik $\sqrt{RT}$ związany jest z tym, że pokonanie przez wiązkę drogi optycznej ns_1 związane jest z jej początkową transmisją, a następnie odbiciem na dzielniku wiązki. Podobny czynnik będzie występował w przypadku wyrażenia opisującego falę rozchodzącą się w drugim ramieniu, ale w tym przypadku najpierw fale ulega odbiciu, a następnie transmisji na dzielniku wiązki:

$$|\vec{E}_2| = \sqrt{RT} E_0 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

gdzie ponownie φ_1 oznacza fazę fali świetlnej związanej z pokonaniem drogi optycznej ns_2 . Rozkład natężenia obrazu interferencyjnego na ekranie będzie zatem wyrażony z dokładnością do pewnej stałej C w następujący sposób:

$$I = C|E_1 + E_2|^2 = RTE_0^2[\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)]^2.$$

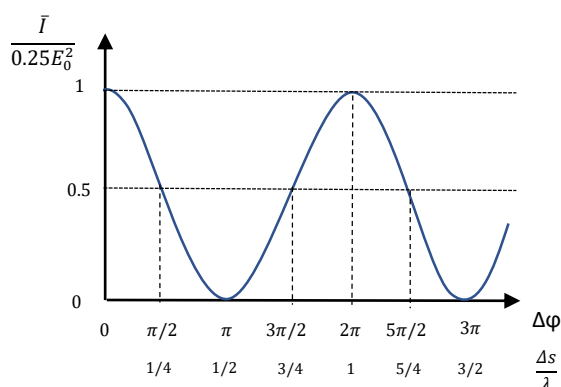
Po dalszych przekształceniach i uproszczeniach, oraz wprowadzonym założeniu $R=T=0,5$, ostatecznie otrzymujemy:

$$\bar{I} = \frac{1}{4}E_0^2(1 + \cos\Delta\varphi),$$

gdzie różnica faz $\Delta\varphi$ jest wyrażona w następujący sposób:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta s.$$

Przykładowy rozkład natężenia światła na wyjściu interferometru Michelsona w zależności od różnicy faz został przedstawiony na Rys. 3.



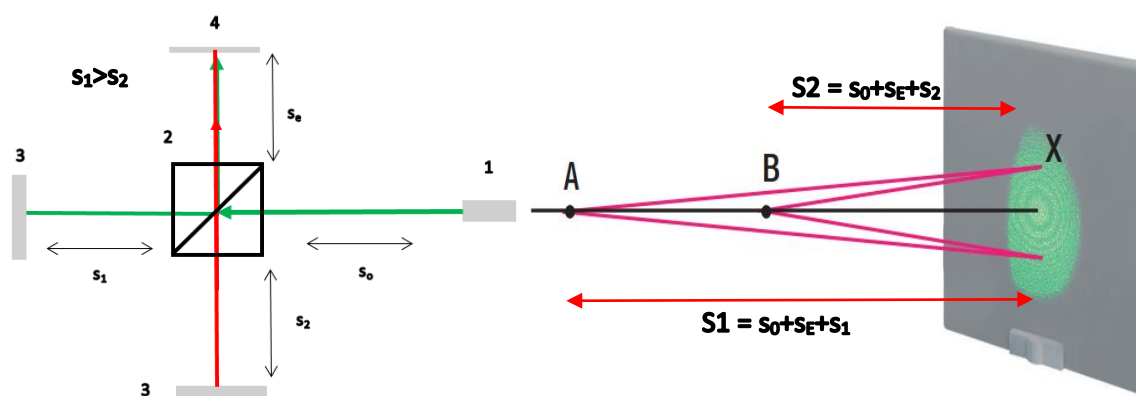
Rys. 3 Przykładowa zależność natężenia światła na wyjściu interferometru Michelsona od różnicy faz.

Warto zwrócić uwagę, że w przypadku konstrukcji interferometru Michelsona wykorzystywanej w diagnostyce medycznej, czyli OCT, jedno ramię interferometru jest ramieniem pomiarowym, a drugie referencyjnym. W ramieniu pomiarowym zwierciadło płaskie jest zastąpione przez badaną próbkę np. oko. Wiązka padając na poszczególne struktury anatomiczne oka: zewnętrzną i wewnętrzną powierzchnię rogówki, zewnętrzną i wewnętrzną powierzchnię soczewki itp., jest częściowo odbijana wstecznie i staje się sygnałem pomiarowym analizowanym w interferometrze Michelsona. W ramieniu referencyjnym zwierciadło jest ruchome, co umożliwia jego przesunięcie wzdłuż osi interferometru. Oczywiście się zatem staje, że w przypadku odbicia wiązki od danej struktury na wyjściu interferometru uzyskamy interferencję konstruktywną, czyli maksymalne natężenie, tylko wtedy, gdy różnica dróg optycznych w obu ramionach interferometru (pomiarowym i referencyjnym) będzie całkowitą wielokrotnością długości stosowanego promieniowania, co pozwala na określenie np. grubości rogówki, dzięki analizie wiązki odbitej na dwóch powierzchniach rogówki, co pozwala na określenie jej topografii.

1.3 Odpowiednie wyjustowanie interferometru

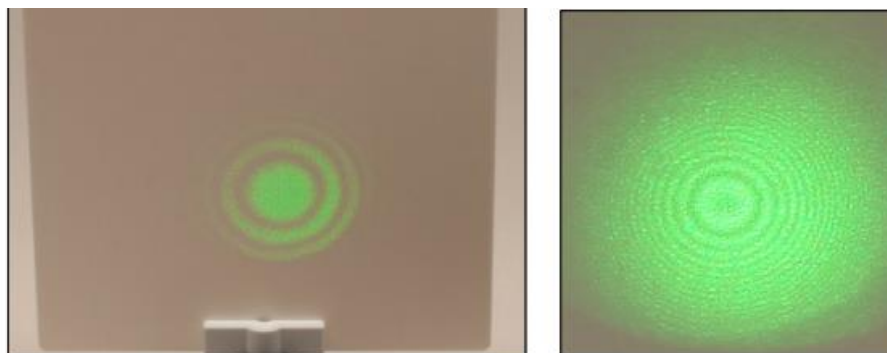
W dotychczasowych rozważaniach omawialiśmy przypadek interferencji dwóch fal płaskich, jednakże takie założenie wymaga generacji przez źródło idealnej fali płaskiej, jak

również idealnie dopasowanych długości ramion interferometru. W rzeczywistości lasery i diody laserowe generują wiązkę o niewielkiej, ale jednak niezerowej rozbieżności, co oznacza, że średnica wiązki kołowej będzie się zmieniać wraz z jej zbliżaniem się do ekranu i będzie zależeć od Δs . Oznacza to, iż w zasadzie należałoby rozpatrywać przypadek interferencji dwóch rozbieżnych fal sferycznych. Ponadto, jeżeli oba ramiona interferometru mają inną długość, co prawie zawsze ma miejsce w przypadku, gdy niemożliwe jest ustawienie zwierciadeł z nanometrową dokładnością, wówczas w układzie tym możemy wyróżnić dwa pozorne źródła światła, które można odnieść do dwóch fal sferycznych w każdym z ramion interferometru (patrz Rys.4). Jeżeli układ interferometru jest wyjustowany, wówczas oba źródła znajdują się na jednej osi i jedno źródło jest za drugim, co związane jest innymi długościami ramion s_1 i s_2 . W tym przypadku różnicę dróg geometrycznych s_1 i s_2 wyrazić można, jako różnicę pomiędzy odcinkami $|AX|$ oraz $|BX|$.



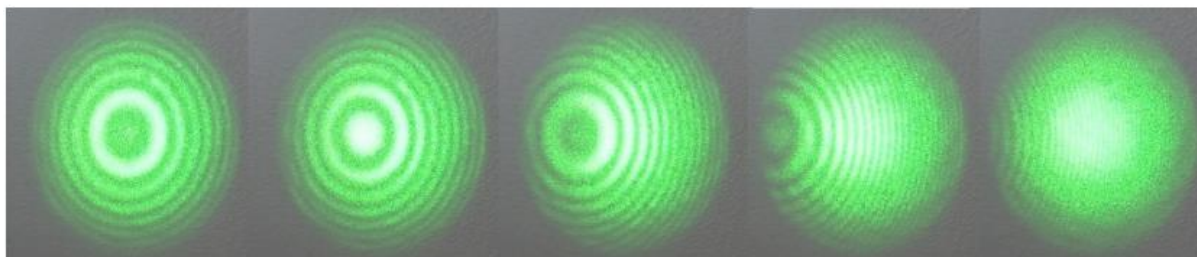
Rys. 4 Schematyczne przedstawienie przypadku generacji pierścieniowego rozkładu prążków w interferometrze Michelsona, gdy ramiona interferometru mają inną długość ($s_1 > s_2$).

Jeżeli oba ramiona interferometru mają znacznie różniące się długości, wówczas oba źródła pozornie znajdują się daleko od siebie. W tym przypadku, niewielka zmiana położenia punktu X na ekranie będzie odpowiadać dużej zmianie różnicy dróg geometrycznych, co będzie przejawiać się w zmniejszeniu odległości międzyprążkowej. Oznacza to, że dla dużych różnic długości obu ramion interferometru obraz interferencyjny będzie coraz mniejszy (patrz Rys.5). Z kolei, im ta różnica będzie mniejsza, tym szerokość prążków oraz odległość międzyprążkowa będzie coraz większa. Może to zostać wykorzystane do odpowiedniego wyjustowania interferometru, gdyż w oba ramiona będą miały taką samą długość, gdy centralne maksimum (jasny kołowy prążek) będzie miał największą średnicę.



Rys. 5 Przykład demonstrujący wpływ różnicy długości obu ramion. W przypadku, gdy różnica ta jest niewielka wówczas obserwowane prążki są znacznie większe tzn. ich szerokość i odległość międzyprążkowa (przypadek po lewej) niż w przypadku, gdy różnica długości ramion jest znacznie większa.

Warto zwrócić również uwagę na fakt, iż w przypadku odpowiedniego wyjustowania układu i prostopadłości wszystkich elementów względem osi optycznej np. soczewki pozwalającej na powiększenie średnicy wiązki, obserwowane prążki są koncentrycznie zlokalizowane względem osi interferometru. W przypadku, gdy zwierciadła nie są idealnie prostopadle zlokalizowane względem osi interferometru, są pochylone, wówczas prowadzi to również do deformacji obrazu prążkowego (patrz Rys.6). Rotacja zwierciadła prowadzi kolejno do zmian centralnego prążka ciemnego w jasny, następnie znowu ciemny itd. Z kolei, to w którą stronę będzie się ten centralny prążek przesuwiał, będzie zależało od tego, w którym ramieniu interferometru będzie zmieniana pozycja zwierciadła.



Rys. 6 Przykład demonstrujący wpływ zwiększającego się (od lewej do prawej strony) pochylenia jednego ze zwierciadeł interferometru na rozkład przestrzenny obrazu prążkowego. Pierwszy obraz odpowiada przypadkowi, gdy zwierciadło jest poprawnie zlokalizowane względem osi interferometru.

1.4 Określenie długości fali za pomocą interferometru Michelsona

Jak to zostało pokazane powyżej, natężenie na wyjściu interferometru Michelsona jest uzależnione od różnicy faz, która z kolei zależy od różnicy Δs dróg geometrycznych, czyli długości obu ramion interferometru (przy założeniu, że wewnątrz interferometru jest wypełnione powietrzem o $n=1$) oraz od długości fali λ stosowanego promieniowania:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}.$$

Oznacza to, że różnica faz, od której zależy natężenie wyjściowe, jest zależna od relacji pomiędzy różnicą dróg oraz długością fali.

Biorąc po uwagę praktyczne wykorzystanie interferometru Michelsona w OCT, czyli jednej z technik diagnostycznych, należy podkreślić, iż rozdzielczość tej metody, czyli określenie np. minimalnej grubości lub odległości między danymi strukturami np. określenie średnicy naczynia krwionośnego, grubości rogówki, soczewki oka lub profilu komory przedniej i tylnej oka, będą uzależnione od długości fali stosowanego promieniowania. Zmiana długości fali może pogorszyć lub polepszyć rozdzielczość tej metody, ponieważ będzie wpływać na to, jak niewielkie względne zmiany długości obu ramion będą przejawiać się w zmianie rozkładu prążków na wyjściu interferometru. Na przykład, jeżeli chcemy zaobserwować maksimum natężenia na wyjściu interferometru dla $\Delta s / \lambda = 1$ ($\Delta\phi=1$), wówczas warunek ten będzie spełniony dla: $\Delta s = 600\text{nm}$ i $\lambda = 600\text{ nm}$, $\Delta s = 400\text{ nm}$ i $\lambda = 400\text{ nm}$, co pokazuje, że w zależności od wartości długości fali zakres względnej różnicy dróg optycznych, którą możemy określić również będzie się zmieniać.

W celu realizacji pomiarów za pomocą interferometru Michelsona w jednym z ramion interferometru, zwierciadło ma możliwość przesuwu wzdłuż osi optycznej. Ramię to nazywamy ramieniem referencyjnym. Zmiana położenia zwierciadła, będzie prowadziła do zmiany długości tego ramienia, co prowadzi będzie do zmian natężenie centralnego maksimum

obrazu prążkowego tak, iż będziemy obserwować naprzemiennie jasny i ciemny centralny prążek.

Dla danej długości fali interferencja konstruktywna lub destruktywna będzie zachodzić dla ściśle określonych przesunięć zwierciadła i związanej z nimi różnicy dróg optycznych w obu ramionach. Przesuwając zwierciadło o Δz , będziemy mogli zaobserwować N maksimów (minimów) natężenia. Korzystając z Rys.4 widzimy, iż zmiana jasnego prążka centralnego, w ciemny i ponownie w jasny, zachodzi, gdy $\Delta s = \lambda$. Biorąc pod uwagę fakt, iż wiązka światła pokonuje drogę do/od zwierciadła dwukrotnie, wówczas spełniona jest zależność:

$$N\lambda = 2\Delta z \rightarrow \lambda = \frac{2\Delta z}{N}$$

która umożliwia wyznaczenie długości fali stosowanego promieniowania.

1.5 Wykorzystanie interferometru Michelsona jako spektrofotometru

Jednym z zastosowań interferometru Michelsona są pomiary spektrofotometryczne. Jeżeli źródło światła emituje promieniowanie o dwóch różnych długościach fali, wówczas każda z nich będzie dawała swój własny wkład do wypadkowego obrazu prążkowego powstałego na wyjściu interferometru. Jeżeli oba obrazy interferencyjne dla każdej długości fali będą się idealnie pokrywać, wówczas uzyskamy na ekranie maksymalny kontrast, co oznacza, że minimalna i maksymalna wartość natężenia różnią się znacznie.

Jednakże dla pewnej pozycji zwierciadła w ramieniu referencyjnym będzie zachodził przypadek, gdy jasne prążki utworzone przez promieniowanie o jednej długości fali będą się pokrywać z ciemnymi prążkami odpowiadającymi drugiej długości fali. W tym przypadku, będzie to w bezpośredni sposób prowadzić do pogorszenia się kontrastu wypadkowego obrazu prążkowego. W szczególnych przypadkach, dwa obrazy prążkowe nie tworzą stabilnego wypadkowego obrazu prążkowego, gdyż jego natężenie pulsuje w zależności od różnicy częstotliwości związanych z różnymi długościami fali w funkcji różnicy dróg geometrycznych w ramionach interferometru. Ten efekt jest właśnie wykorzystywany do określenia odległości spektralnej pomiędzy dwiema liniami spektralnymi.

Natężenie centralnej części obrazu prążkowego wzdłuż osi interferometru jest uzależnione od różnicy dróg geometrycznych (a nie przesunięcia zwierciadła) oraz długości fali stosowanego promieniowania:

$$\bar{I} \propto \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta s}{\lambda} \right) \right].$$

Jeżeli wypadkowy obraz prążkowy powstaje z superpozycji obrazów prążkowych dwóch różnych długości fali, wówczas powyższe wyrażenie należy zmodyfikować w następujący sposób:

$$\bar{I} \propto \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta s}{\lambda_1} \right) + 1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta s}{\lambda_2} \right) \right].$$

przy założeniu jednakowego natężenia obu składowych spektralnych. Korzystając z zależności trygonometrycznych możemy to równanie przekształcić w następujący sposób:

$$\bar{I} \propto \left[2 + 2\cos \left(\left(\frac{\pi}{\lambda_1} + \frac{\pi}{\lambda_2} \right) \Delta s \right) \cos \left(\left(\frac{\pi}{\lambda_1} - \frac{\pi}{\lambda_2} \right) \Delta s \right) \right].$$

Człon interferencyjny będzie zanikać, gdy spełniony będzie następujący warunek:

$$\left(\frac{\pi}{\lambda_1} + \frac{\pi}{\lambda_2}\right) \Delta s = (2m + 1) \frac{\pi}{2},$$

co oznaczać będzie, że kontrast będzie równy zero. Jeżeli powyższą zależność podzielimy przez π , oraz dodatkowo λ_1 oraz λ_2 wyrazimy jako $\lambda_0 \pm \Delta\lambda$ wówczas otrzymamy:

$$2\Delta s = (2m + 1) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = (2m + 1) \frac{\lambda_0^2 - \Delta\lambda^2}{2\Delta\lambda}.$$

Przy założeniu, że $\Delta\lambda^2$ jest znacząco mniejsze niż λ_0^2 , wówczas można ten człon zaniedbać:

$$\Delta s = (2m + 1) \frac{\lambda_0^2}{4\Delta\lambda}.$$

Oznacza to, że kontrast wypadkowego obrazu prążkowego będzie minimalny, gdy różnica dróg geometrycznych w obu ramionach interferometru będzie się różniła o powyższą wartość.

Różnica dróg optycznych prowadząca do pojedynczego zaniku kontrastu do następnego może być określona w następujący sposób:

$$\Delta(\Delta s) = (2m + 3) \frac{\lambda_0^2}{4\Delta\lambda} - (2m + 1) \frac{\lambda_0^2}{4\Delta\lambda} = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda}$$

W celu wyznaczenia różnicy $\Delta\lambda$ pomiędzy dwiema długościami fali należy znaleźć taką pozycję zwierciadła, dla którego obraz prążkowy charakteryzuje się minimalnym kontrastem, a następnie należy przesuwać zwierciadło, aż do uzyskania kolejnego minimalnego kontrastu. Zmiana położenia zwierciadła odpowiada wartości $\Delta(\Delta s)/2$. Wówczas różnica pomiędzy dwiema długościami fali może zostać wyznaczona z poniższej zależności:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta(\Delta s)}.$$

1.6 Określenie współczynnika załamania za pomocą interferometru Michelsona

Interferometr Michelsona można zostać wykorzystany, jako wysoce czułe urządzenie pozwalające na określenie z dużą dokładnością współczynnika załamania materiałów stałych (w miarę możliwości transparentnych). W celu pomiaru współczynnika załamania danego materiału, należy w jednym z ramion interferometru – pomiarowym (ze stacjonarnym zwierciadłem) umieścić płytkę płasko-równoległą wykonaną z badanego materiału. Następnie należy ją obrócić o dany kąt. Rotacja płytki płasko-równoległej o kąt α nie będzie prowadzić do zmiany kierunku biegu wiązki świetlnej w ramieniu interferometru, lecz jedynie do jej poprzecznego przesunięcia, które będzie prowadzić do zwiększania efektywnej drogi optycznej przebytej przez wiązkę, co zostało schematycznie przedstawione na Rys.7.

Zmiana drogi optycznej o $\Delta S_1 + \Delta S_2$ w ramieniu interferometru będzie prowadzić do zmiany obrazu prążkowego oraz wartości natężenia światła w centralnym prążku. Liczba przejść maksimów oraz minimów natężenia centralnego prążka, grubości płytki oraz wartość kąta rotacji płytki pozwalają na określenie różnicy dróg optycznych/geometrycznych, a w konsekwencji również wartości współczynnika załamania.

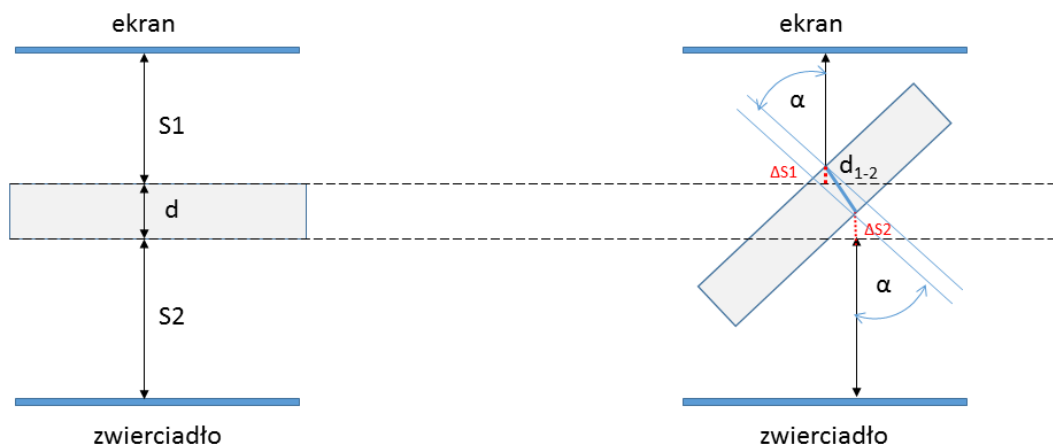
Dla prostopadłego względem osi interferometru ustawienia płytki droga geometryczna wynosi:

$$S = S_1 + d + S_2,$$

a droga optyczna

$$nS = S_1 + nd + S_2,$$

przy założeniu, że płytka znajduje się w powietrzu.



Rys.7 Schematyczne przedstawienie wpływu rotacji płytki płasko-równoległej w ramieniu interferometru Michelsona na zmianę drogi optycznej przebytej w nim przez wiązkę.

Z kolei po rotacji o kąt α , odległości te będą odpowiednio równe:

$$S' = (S1 - \Delta S1) + d_{1-2} + (S2 + \Delta S2) \quad \text{oraz} \quad nS' = (S1 - \Delta S1) + nd_{1-2} + (S2 + \Delta S2).$$

Obrót płytki płasko-równoległej prowadzi zatem do różnicy dróg optycznych w tym ramieniu równej:

$$\Delta nS = 2(-\Delta S1 + nd_{1-2} + \Delta S2 - nd)$$

Zmiana drogi optycznej jest określana na podstawie liczby przejść N pomiędzy maksimami i minimami natężenia w centralnym prążku w następujący sposób:

$$N\lambda = \Delta nS$$

Na podstawie wartości $\Delta S1$, $\Delta S2$ oraz d_{1-2} możliwe jest określenie współczynnika załamania zgodnie ze wzorem:

$$n = \frac{\left(\frac{N\lambda}{2d} + \cos\alpha - 1\right)^2 + \sin^2\alpha}{2\left(-\frac{N\lambda}{2d} - \cos\alpha + 1\right)}$$

2 ZADANIA KONSTRUKCYJNE I POMIAROWE

Poniżej opisane zostały zadania konstrukcyjne oraz pomiarowe, które Studenci mają wykonać w trakcie realizowanych zajęć laboratoryjnych.

2.1 Konstrukcja i wyjustowanie interferometru Michelsona

W celu konstrukcji interferometru Michelsona należy skorzystać z elementów przedstawionych poniżej i udostępnionych przez Prowadzącego:



Błat optyczny (30x45 cm)



2 moduły diod laserowych 1mW (532, 635 nm) w statywie z regulacją położenia w pionie i poziomie



2 zasilacze do diod laserowych



Soczewka dwuwypukła $f=50\text{mm}$ w oprawie



Dzielnik wiązki



Zwierciadło płaskie (referencyjne) na stoliku mikro-przesuwu



Zwierciadło stacjonarne w oprawie z regulacją położenia w pionie i poziomie



Dzielnik wiązki/ kostka światłodzielną w oprawie



Stolik obrotowy wraz z dwiema płasko-równoległymi płytkami o grubości 8 i 12 mm

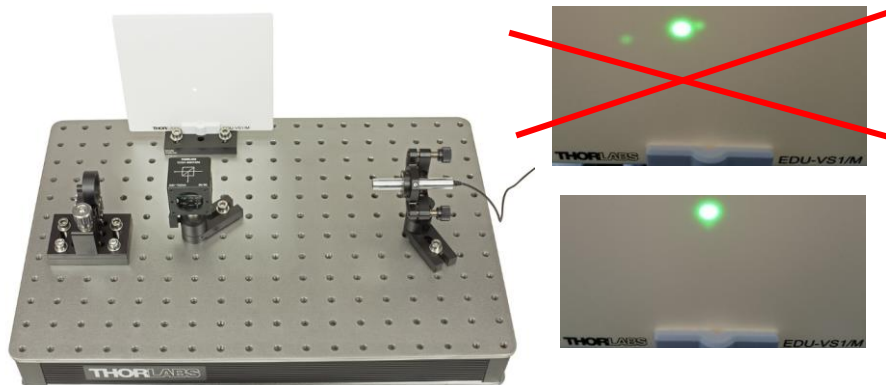


2 ekrany

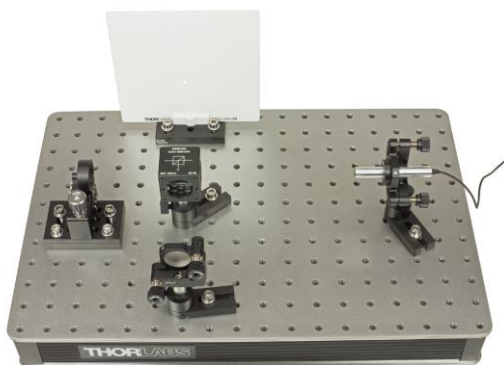
W pierwszej kolejności należy na blacie optycznym przeciwległe umieścić diodę laserową oraz zwierciadło referencyjne. Wiązka generowana przez diodę musi padać na środek zwierciadła płaskiego.



Następnie należy umieścić dzielnik wiązki oraz ekran. Dzielnik wiązki powinien być tak umieszczony, aby wiązka była odbijana pod kątem 90 stopni. Ten warunek zostanie osiągnięty wtedy, gdy na ekranie pokrywać się będą wszystkie plamki laserowe powstałe w wyniku odbicia na powierzchniach granicznych dzielnika.



Kolejnym etapem jest umieszczenie zwierciadła stacjonarnego. Należy uważać, aby długość jednego ramienia interferometru była taka sama jak drugiego ramienia. Na ekranie powinny być widoczne dwie plamki laserowe. Regulując śrubami w oprawie zwierciadła stacjonarnego należy doprowadzić do pokrycia się obu plamek laserowych na ekranie.



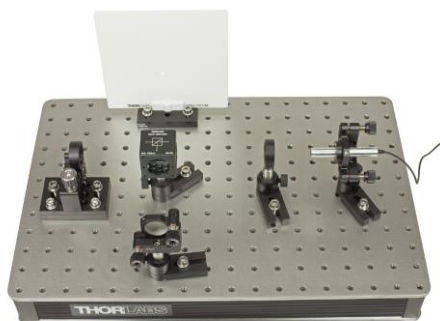
Zmień długość jednego z ramion interferometru poprzez zmianę położenia zwierciadła nie zawierającego śruby mikrometrycznej.

Wyjaśnij, w jaki sposób wpływa to na obserwowany obraz prążkowy.

Następnie, w interferometrze można umieścić soczewkę. W pierwszej kolejności soczewkę umieść pomiędzy ekranem a dzielnikiem wiązki. Zarejestruj/zaobserwuj obraz prążkowy powstający na ekranie.



Następnie, należy umieścić soczewkę pomiędzy dzielnikiem wiązki a diodą. Zmieniając położenie zwierciadła referencyjnego należy uzyskać na ekranie obraz prążkowy. W celu polepszenia obserwacji należy oddalić ekran od dzielnika wiązki. **Wyjaśnij, z czego wynikają różnice w obserwowanych obrazach prążkowych?**



Następnie, w jednym z ramion interferometru umieść tealight. Należy zaobserwować w jaki sposób wpłynie to na obraz prążkowy oraz wyjaśnić dlaczego tak się dzieje.

UWAGA: W celu rejestracji obrazów prążkowych za pomocą telefonu komórkowego, w układzie należy umieścić filtr szary w statywie w celu osłabienia natężenia wiązki

2.2 Weryfikacja zasady zachowania energii w interferometrze Michelsona

W przypadku interferometru Michelsona należy pamiętać, że dzielnik wiązki oprócz podziału wiązki emitowanej przez źródło światła, będzie również dokonywał podziału amplitudy wiązek odbitych od zwierciadeł. Oznacza to, że interferometr ma dwa kanały wyjściowe. Zastosowane w układzie elementy optyczne nie wykazują właściwości absorpcyjnych, zatem energia nakładających się wiązek zgodnie z zasadą zachowania energii powinna być równa energii wiązki emitowanej przez źródło.

W celu weryfikacji tego zjawiska oraz obecności obu kanałów wyjściowych należy tak, jak zostało to pokazane na rysunku poniżej, w interferometrze Michelsona umieścić dodatkowy dzielnik wiązki pomiędzy głównym dzielnikiem a soczewką skupiającą.



Należy zarejestrować obrazy prążkowe utworzone przez wiązki w obu ramionach interferometru i wyjaśnić, z czego wynikają i z czym związane są różnice między nimi.

Należy wyjaśnić, czy interferencja destruktywna prowadzi do zaniku energii wiązki/więzek wyjściowych interferometru Michelsona?

2.3 Obserwacja wpływu zmiany długości fali światła na obraz prążkowy

W tym celu wykorzystaj dodatkowy dzielnik wiązki wykorzystany w poprzednim zadaniu pomiarowym. Należy umieścić go pod kątem 45 stopni pomiędzy pierwszym źródłem światła i soczewką. W ten sposób możliwe jest wprowadzenie drugiej wiązki świetlnej poprzez umieszczenie drugiego źródła światła (dioda laserowa 670 nm) prostopadłe do pierwszego. **Zarejestruj obrazy prążkowe powstałe na ekranie dla każdej z użytych źródeł światła, opisz różnice występujące pomiędzy nimi oraz wyjaśnij z czego wynikają.**

2.4 Pomiar długości fali źródeł monochromatycznych w interferometrze Michelsona

Jednym z zastosowań interferometru Michelsona jest pomiar długości fali. Pomiar można wykonać poprzez zmianę położenia jednego z zwierciadeł (wyposażonego w śrubę mikrometryczną), które będzie prowadziło do zmian generowanego obrazu prążkowego. W zależności od kierunku przesuwu zwierciadła względem drugiego, koncentryczne prążki będą się poszerzać od środka obrazu prążkowego, czemu będzie również towarzyszyć pojawianie się nowych prążków w centrum, lub też zwaćać w kierunku centrum gdzie będą zanikać.

W przypadku centralnego prążka, gdy jest on jasny, czyli obserwujemy maksimum natężenia, wówczas różnicy dróg optycznych w obu ramionach interferometru jest wielokrotnością długości fali (wprowadza różnicę faz równą 2π). Jeżeli jedno zwierciadło zostanie przesunięte w kierunku dzielnika wiązki o połowę długości fali, wówczas różnica dróg optycznych w obu ramionach zmieni się o całkowitą wartość długości fali, a w centrum obrazu prążkowego znowu będzie można zaobserwować jasny prążek. W konsekwencji przesunięciu zwierciadła o połowę długości fali będzie prowadzić do zaniku jasnego prążka, pojawienia się prążka ciemnego i ponowne pojawienie się jasnego prążka – przejścia jasny-ciemny-jasny prążek.

W celu pomiaru długości fali należy tak wyjustować układ, aby przejścia centralnego prążka z jasnego w ciemny i ponownie w jasny, były łatwo obserwowalne np. poprzez zwiększenie odległości ekranu.

W tym przypadku należy wykorzystać jedno (532nm), drugie (670 nm) lub oba źródła światła, zgodnie z wskazówkami Prowadzącego ćwiczenie.

Obracając śrubę mikrometryczną, zwierciadło będzie przesuwane względem osi interferometru, co będzie prowadziło do zmian obrazu prążkowego. **Jedna działka odpowiada przesunięciu zwierciadła o 1 μm .**

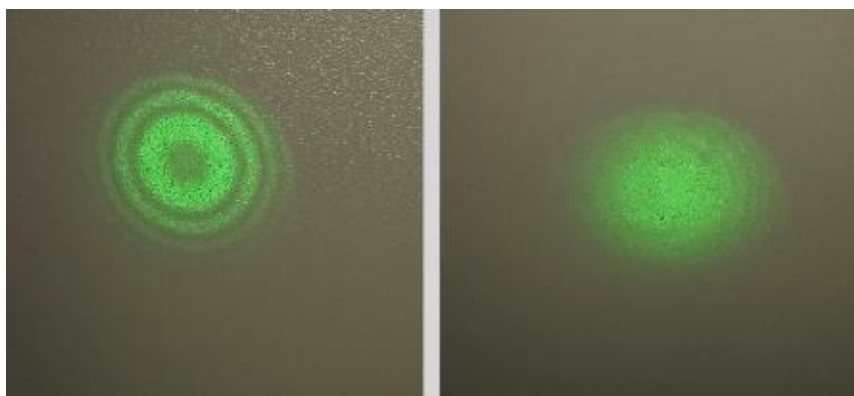
Tak jak to było opisane we wprowadzeniu, długość fali można określić na podstawie początkowego i końcowego odczytu położenia zwierciadła ze śruby mikrometrycznej oraz ilości przejść ciemny-jasny-ciemny prążek.

Dokładność pomiaru będzie zależeć od ilości przejść ciemny-jasny-ciemny prążek, dlatego **należy wykonać serię 6 pomiarów składającą się z 40 przejść ciemny-jasny-ciemny prążek. Należy określić wartość przesunięcia zwierciadła w 1 μm oraz liczbę przejść.** Uzyskane wyniki należy uśrednić i wyznaczyć odchylenie standardowe wartości średniej. Należy również wyznaczyć błąd względny pomiędzy wyznaczoną wartością długości fali, a wartością podaną przez producenta.

2.5 Wykorzystanie interferometru Michelsona jako spektrofotometru

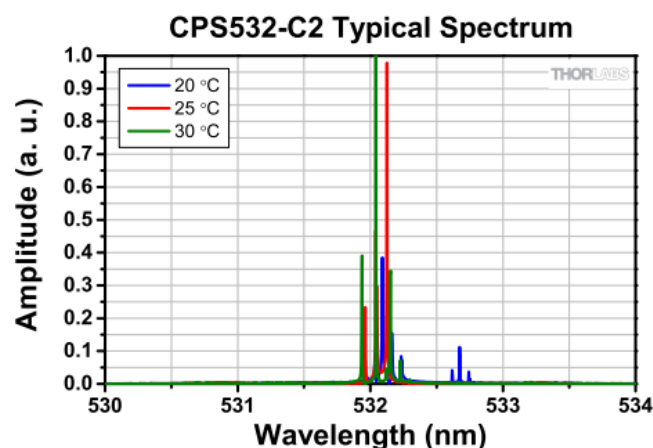
Zgodnie z opisem przedstawionym we wprowadzeniu, interferometr Michelsona może być wykorzystany jako spektroskop do określenia różnicy długości fal emitowanego promieniowania określając warunki występowania maksymalnego i minimalnego kontrastu obrazu prążkowego. W tym celu należy wyjustować interferometr w taki sposób, aby uzyskać minimalny kontrast prążków. Następnie, zmieniając położenie zwierciadła należy uzyskać kolejne minimum kontrastu. Określając przesunięcie zwierciadła pomiędzy minimalnym, maksymalnym i ponownie minimalnym kontrastem obrazu prążkowego można oszacować różnicę pomiędzy maksimami długości fal emitowanego promieniowania laserowego.

W pomiarach wykorzystaj diodę laserową wskazaną przez Prowadzącego. **Początkowo, należy tak obracać śrubę mikrometryczną jednego ze zwierciadeł, żeby uzyskać maksymalną wartość przesuwu, czyli do skrajnego jej położenia, aby uzyskać maksymalny zakres przesuwu. Następnie umieścić to zwierciadło w takiej pozycji, żeby kontrast prążków interferencyjnych był niski. Obracając dalej śrubę należy uzyskać pierwszy minimalny kontrast prążków i dokonać odczytu podziałki śruby mikrometrycznej. Następnie dalej należy obracać śrubę, aż do uzyskania kolejnego minimum kontrastu i ponownie dokonać odczytu z podziałki śruby mikrometrycznej. Różnica pomiędzy odczytami będzie odpowiadać wymaganemu przesunięciu zwierciadła.** Poniższy rysunek przedstawia warunek wysokiego (z lewej strony) i niskiego (z prawej strony) kontrastu.



W przypadku diody laserowej 532 nm, przejście pomiędzy maksymalnym i minimalnym kontrastem prążków odpowiada 1mm przesunięciu zwierciadła (ok. 20 pełnych obrotów śruby mikrometrycznej), co jest równoznaczne z różnicą dróg optycznych $\Delta(\Delta s)=2$ mm. Dla długości fali 532 nm różnica pomiędzy liniami spektralnymi powinna wynosić 0.07 nm.

W przypadku diody laserowej 532 nm, (CPS532-C2, Thorlabs) w zależności od temperatury obudowy będzie ona zmieniała swoją charakterystykę spektralną, co zostało pokazane na poniższym rysunku udostępnionym przez producenta. Dodatkowo, należy zauważyć, że dioda ta emituje więcej niż 2 linie spektralne. W przypadku opisanego we wstępie sposobu określenia różnicy długości fali $\Delta\lambda$ zakłada się, że istnieją jedynie dwie składowe spektralne o takich samych amplitudach/natężeniu. Ponieważ w tym przypadku ten warunek nie będzie spełniony, dlatego też minimalnemu kontrastowi obrazu prążkowego nie będzie towarzyszył pełny zanik prążków.



Spectrum of the CPS532-C2 Diode Module taken at 20 °C, 25 °C, and 30 °C. The measurement was taken using Thorlabs OSA201 Spectrum Analyzer, which has a resolution of 7.5 GHz (0.25 cm⁻¹). This data is typical and will vary for each module.

2.6 Pomiar współczynnika załamania światła w interferometrze Michelsona

Kolejnym zastosowaniem interferometru jest pomiar współczynnika załamania transparentnych lub częściowo transparentnych materiałów. W ramach tego zadania pomiarowego należy określić współczynnik załamania dwóch płytek Plexiglasu® o grubości 8 mm i 12 mm. Rotacja tej płytki prowadzić będzie do zmiany drogi optycznej jaką wiązka będzie pokonywać w tym ramieniu interferometru w stosunku do ramienia referencyjnego.

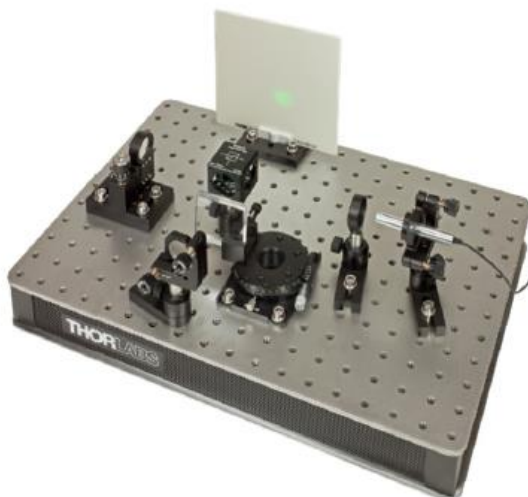
W pierwszej kolejności należy umieścić jedną z płytek w obrotowym statywie w jednym z ramion interferometru z nieruchomym zwierciadłem tak, aby wiązka przechodziła przez płytkę. Stolik obrotowy z płytką należy przykręcić do blatu optycznego za pomocą śrub.

Stolik rotacyjny posiada dwa mechanizmy obrotu: do obrotu precyzyjnego oraz obrotu o duże kąty. Kiedy mała śruba blokująca (z lewej strony na rysunku poniżej) jest dokręcona, wówczas cały stolik obracany jest za pomocą śruby precyzyjnego obrotu (śruba mikrometryczna). Z kolei jeśli ta śruba blokująca jest odkręcona, wówczas cały stolik można obrócić o większe kąty poprzez jego manualny obrót.



Początkowo należy odkręcić śrubę blokującą, oraz usunąć soczewkę w interferometru. Następnie obracając stolikiem obrotowym należy znaleźć takie położenie płytki, aby była ona prostopadła do osi ramienia interferometru (równoległe do dzielnika wiązki oraz nieruchomego zwierciadła). Po usunięciu soczewki na ekranie pojawi się znacznie więcej plamek laserowych związanych z odbiciami światła na powierzchniach płytki płasko-równoległej. Należy obracać stolik obrotowy, aż do momentu, gdy wszystkie plamki laserowe będą zlokalizowane w pionie, jedna nad drugą.

Następnie, należy ponownie umieścić w interferometrze soczewkę w celu zwiększenia średnicy obserwowanego na ekranie obrazu prążkowego (patrz rysunek poniżej). Śrubę blokującą należy ponownie dokręcić, w celu precyzyjnego obrotu za pomocą śruby mikrometrycznej. Należy tak dobrać położenie zwierciadła referencyjnego, aby możliwe było uzyskanie odpowiedniej jakości obrazu prążkowego, pozwalającego na łatwą obserwację zmian natężenia centralnego prążka interferencyjnego.



Śrubę blokującą należy ponownie dokręcić, w celu precyzyjnego obrotu za pomocą śruby mikrometrycznej. Należy tak dobrać położenie zwierciadła referencyjnego, aby możliwe było uzyskanie odpowiedniej jakości obrazu prążkowego, pozwalającego na łatwą obserwację zmian natężenia centralnego prążka interferencyjnego. Ze skali umieszczonej na stoliku obrotowym należy odczytać początkowy kąt, zgodnie z przedstawionym poniżej przykładem.



Obracając śrubę mikrometryczną należy zaobserwować min. 30 przejść jasny-ciemny-jasny prążek centralny i odczytać wartość kąta końcowego. Następnie, należy wyznaczyć kąt obrotu jako różnicę pomiędzy kątami: końcowym i początkowym odczytanymi z podziałki. Pomiary w opisany powyżej sposób należy przeprowadzić 6 razy dla każdej z płytek o grubości 8 mm oraz 12 mm. Na podstawie przeprowadzonych pomiarów należy wyznaczyć współczynnik załamania.

Wyjaśnij, dlaczego w przypadku płytki o większej grubości kąt obrotu, dla którego obserwować możemy 30 przejść jasny-ciemny-jasny prążek, jest mniejszy niż w przypadku cieńszej płytki

3 Opracowanie wyników i wnioski

W ramach opracowania wyników, w sprawozdaniu należy przeanalizować i skomentować wszystkie zadania konstrukcyjno-pomiarowe (2.1-2.6) oraz odpowiedzieć na postawione pytania. Należy określić źródła niepewności pomiarowych, niepewności odczytu mierzonych/odczytywanych wielkości, niepewności wyznaczanych parametrów. We wnioskach należy się odnieść do podstaw fizycznych badanego zjawiska oraz warunków zachodzenia interferencji w interferometrze Michelsona, dokładności wykonywanych za pomocą niego pomiarów oraz wpływu wszystkich zaobserwowanych czynników na rejestrowane obrazy prążkowe.